

Battesimo della matematica in una scuola primaria

Summary:

In the early years pupils have a very positive approach towards any new topic. In the Italian school the first taste of mathematics usually comes from basic arithmetic and tables learned by heart. This approach risks to give a limited and somehow negative impression of what is mathematics with long lasting effects on students.

In this paper we report on a small experience carried out in a second year class of a primary school in Italy. During this experience we introduced a series of games during the classes of mathematics, with the intent of stimulating the creativity and empower the students. In mathematics we have used simple materials to stimulate the observation and to trigger the intuition and the creative process, and applied the *Puzzle Based Learning* technique.

Despite the limited time devoted to this experience, the outcomes have been extremely positive.

Battesimo della matematica in una scuola primaria

Matteo Fantinati – Ist. Comp. 5 Dante Alighieri di Ferrara
Federico Malucelli – Politecnico di Milano

1. Introduzione

I bambini dei primi anni delle elementari affrontano qualsiasi argomento con grande entusiasmo e motivazione. Risulta davvero facile catturare la loro attenzione e coinvolgerli attivamente nel processo di apprendimento. I programmi ministeriali di matematica delle prime classi della primaria prevedono il primo contatto con i numeri e l'aritmetica, indispensabile per dare agli alunni gli strumenti di base per destreggiarsi con concetti più avanzati da affrontare più avanti nella loro carriera scolastica, ma che assorbe la gran parte del tempo. Bisogna però convenire che l'equivalenza che si rischia di instaurare matematica=aritmetica può essere fuorviante, e generare un'idea arida e poco creativa della disciplina. Ci si pongono spesso delle domande banali: perché i primi approcci alla matematica riguardano le operazioni di base e tabelline da imparare a memoria? Gli stessi primi approcci all'italiano e alla musica, tanto per citare due materie molto coinvolgenti, e però non meno creative della matematica, generalmente non riguardano analisi grammaticale e solfeggio.

Perché quando guardiamo un disegno di un bambino, dove lo si lascia libero di esprimere la propria creatività, lo troviamo bello e originale e non possiamo dare la possibilità di fare la stessa cosa in matematica?

Gli insegnanti di matematica delle primarie fanno fatica a trovare tempo ed energie per un approccio più creativo alla matematica. Le motivazioni sono fondate: il tempo a loro disposizione è molto limitato rispetto agli argomenti da trattare in programma, le

ricadute di un approccio più creativo sono più difficili da rendere tangibili, i testi ministeriali incombenti consigliano di essere più concreti e finalizzati. Siccome però l'impressione e le sensazioni che si ricevono dai primo approcci restano a lungo, la conseguenza molto spesso è di far crescere i bambini con un'idea distorta della matematica con ricadute che possono essere decisive sulla loro carriera scolastica e sul loro futuro, come l'eventuale scelta universitaria e le opportunità lavorative.

Con il presente articolo vogliamo illustrare un piccolo progetto realizzato nell'anno scolastico 2016-17 in una classe seconda primaria di Ferrara. Gli obiettivi del progetto sono stati principalmente quelli di aprire una piccola finestra su una visione diversa della matematica e dell'informatica ponendo l'accento sulla componente creativa e intuitiva delle due materie con l'unico scopo di stimolare la curiosità e la voglia di scoprire degli alunni.

Secondo lo psicologo Max Wertheimer [13], l'obiettivo chiave dell'attività scolastica è quello di favorire il cosiddetto "*pensiero produttivo*" negli studenti, orientare cioè gli alunni alla risoluzione di problemi nuovi e inconsueti per stimolare la componente intuitiva. Il nostro scopo è stato proprio questo: proporre attività che facessero emergere l'intuizione risolutiva dei bambini, il cosiddetto *insight* di Köhler [9], [4], attivare cioè i meccanismi cognitivi che permettono di risolvere situazioni mai affrontate.

Per perseguire questo obiettivo abbiamo fatto ricorso al racconto di storie [5], abbiamo utilizzato materiali semplici come corde, cartoncini, torce elettriche, grucce appendiabiti [2], e soprattutto abbiamo fatto muovere i bambini in spazi aperti o in palestra, anche se talvolta il rischio è stato quello di creare situazioni un po' caotiche. Secondo Emma Castelnuovo [3], l'osservazione, l'uso di materiali e oggetti e la loro manipolazione sono gli strumenti principali per innescare il processo di intuizione e creazione.

Per questo ci si è ispirati alle tecniche del *Puzzle Based Learning*, facendo leva sulla componente ludica delle attività, utilizzando il più possibile materiali, strumenti tratti dalla vita quotidiana, proponendo ai ragazzi giochi e lavoro a gruppi.

Nel seguito riprenderemo brevemente i concetti di base del *Puzzle Based Learning*, per poi descrivere in sintesi le attività svolte, mettendo in luce ogni volta lo scopo dell'incontro. Un breve resoconto sui risultati conseguiti concluderà l'articolo.

2. *Puzzle based learning*

Il *Puzzle Based Learning* [10] è un approccio didattico che ha l'intento di sviluppare le capacità di ragionamento, la perseveranza e la motivazione nell'affrontare i problemi, fornendo quindi le basi fondamentali delle tecniche di *problem solving*.

In questo contesto, il docente guida solamente lo svolgimento delle attività lasciando gli alunni liberi di affrontare il problema e di sperimentare metodi di soluzione, o al limite riportandoli in carreggiata se necessario.

Il ruolo del docente non è quello di "insegnare" a risolvere i problemi, quanto invece quello di proporre giochi stimolanti per tutti, seguire il ragionamento degli alunni, arrivare assieme a loro alla soluzione. Egli deve essere pronto ad accettare metodi di risoluzione dei problemi diversi da quello che ha pensato. Il docente deve essere quindi pronto a mettersi in gioco e non trovarsi a disagio di fronte a possibili intoppi. Adottando una similitudine sportiva, il docente assume, durante il *Puzzle Based Learning*, il ruolo dell'allenatore, le cui capacità motivazionali devono essere preponderanti rispetto a quelle meramente tecniche.

In questo modo gli studenti sono chiamati in prima persona a cercare nuove strategie di "problem solving", a scegliere tra opzioni diverse, a prendere decisioni e agire con flessibilità, ad

acquisire ed interpretare le informazioni, ad individuare collegamenti e relazioni [8].

Gli insegnanti devono solo favorire un apprendimento per scoperta ovvero un apprendimento basato sull'esperienza dei discenti che si attua attraverso il fare e l'operare, un apprendimento cooperativo e collaborativo che riesca a potenziare la motivazione degli studenti. Gli insegnanti svolgono il ruolo di motivatore – stimolatore, una sorta di tutor che utilizza le abilità dei discenti per arrivare a costruirne altre di livello superiore (“scaffolding”) [11].

3. Esperienza in classe

La classe in cui abbiamo svolto l'attività è composta da 26 alunni, alcuni dei quali molto vivaci e altri difficilmente coinvolgibili in attività strutturate. Fin dall'inizio gli alunni hanno capito lo spirito delle attività, anche perché ne hanno apprezzato la componente ludica.

Riportiamo sinteticamente le esperienze fatte durante i 6 incontri della durata di circa un'ora e mezza, svolti durante l'orario scolastico, elencando brevemente le attività e la loro finalità.

Incontro 1: *Rompiamo il ghiaccio e scopriamo la topologia*

Il primo incontro ha avuto lo scopo di far cadere ogni timore reverenziale nei confronti del docente esterno e far entrare immediatamente gli alunni nello spirito del *Puzzle based learning* assumendo un ruolo attivo. Vista l'età dei bambini e la loro spontaneità, la cosa non ha richiesto un grande sforzo farli giocare, più attenzione ha richiesto invece farli giocare secondo le regole stabilite. Abbiamo proposto un rompicapo fisico molto coinvolgente, già sperimentato in precedenza in una classe di scuola secondaria superiore [7]. Gli alunni sono stati suddivisi in gruppi di 3 e in ognuno è stato designato un volontario che ha indossato una maglietta e a cui sono state legati i polsi con una corda che lasciasse una ventina di centimetri di gioco. La sfida

consisteva nel togliersi la maglietta e infilarla nuovamente in modo che, una volta rinfilata, risultasse rovesciata con l'etichetta all'esterno e sulla schiena. Il compito degli assistenti del volontario è stato quello di aiutarlo nei movimenti limitati dalla corda e suggerire le azioni da fare per arrivare alla soluzione. Il docente ha solo stimolato l'osservazione: cosa succede alla maglietta una volta sfilata? Rimane appesa come quando si stende il bucato, ha osservato qualcuno. È dritta o è alla rovescia? Se la infiliamo nuovamente facendo l'operazione inversa, cosa succede? Come possiamo fare per rovesciarla prima di infilarla nuovamente? Dopo qualche tentativo tutti i gruppi sono arrivati alla soluzione. Una volta riportato l'ordine, abbiamo proposto a tutti di provare a progettare una maglietta utilizzando dei nastri di carta lunghi una ventina di centimetri e larghi 3, della colla e delle forbici, ottenendo un anello, con un "dentro" e un "fuori" che possono essere colorati in modo diverso.

Abbiamo poi invitato i bimbi con un alto nastro di carta delle stesse dimensioni a costruire una maglietta, quindi un altro anello, in cui non fosse possibile distinguere il "dentro" dal "fuori", ovvero un anello di Moebius; la proprietà è stata verificata tracciando con una matita una linea longitudinale all'interno del nastro chiuso. Li abbiamo quindi spinti a sperimentare cosa succede ai due tipi di anelli tagliandoli con le forbici longitudinalmente sul centro, o rimanendo a un cm dal bordo, scoprendo qualche cosa di magico. Abbiamo quindi concluso l'incontro mostrando alla classe delle immagini di quadri dove veniva rappresentato l'anello di Moebius, come per esempio in molte opere di Escher.

Incontro 2: Il problema di ottimizzazione più antico della storia

I problemi di ottimizzazione sono abbastanza semplici da cogliere, dopo tutto l'ottimizzazione è insita nella natura umana, e nella natura più in generale. Esperienze di problemi di ottimizzazione affrontati in una scuola superiore sono riportati in [12]. La stessa Emma Castelnuovo proponeva nei suoi libri di testo per le scuole medie, coraggiosamente ma a ragion veduta, i primi rudimenti di

programmazione lineare. Lo scopo di questo incontro è stato quello di far entrare in contatto i bimbi con lo spirito dell'ottimizzazione. Siamo partiti raccontando la leggenda della regina Didone quando, giunta con le sue navi su quelle che oggi sono le coste tunisine, chiese agli abitanti locali se potevano cederle un fazzoletto di terra grande quanto la pelle di un bue. Didone però fece tagliare la pelle del bue in modo da formare una corda molto lunga e la utilizzò per racchiudere il pezzo di terra più grande possibile e in questo modo fondò la città di Cartagine.

Siamo quindi andati in palestra per "giocare a Didone". La classe è stata divisa in 3 gruppi di circa 8 bambini e ogni gruppo è stato dotato di una corda chiusa ad anello lunga 8 metri. Ogni gruppo ha fatto finta di essere l'equipaggio di una nave di Didone che aveva bisogno di uno spazio per poter dormire. Dato che la classe ovviamente non era ancora in possesso del concetto di area, abbiamo utilizzato i bambini sdraiati a terra come unità di misura. Inizialmente ci siamo limitati a fare forme rettangolari, scoprendo che nei rettangoli lunghi e stretti ci stavano pochi bimbi, nel quadrato ce ne stavano 4. Se invece lasciavamo la corda libera di assumere la forma più utile abbiamo scoperto che nel cerchio ci stavano tutti quelli di un equipaggio, anche se un po' stretti. Abbiamo quindi chiesto di indovinare cosa sarebbe successo unendo 2 corde e avendo quindi un perimetro doppio rispetto a prima e tutti si sono sbilanciati nel dire che se una corda riusciva a ospitare 8 bimbi, due corde unite ne avrebbero ospitati il doppio. Con molto stupore invece hanno verificato che con due corde unite si riusciva a sistemare tutta la classe, e anche molto comodamente.

Incontro 3: Arianna, Teseo e il labirinto

Lo scopo di questo incontro è stato quello di far entrare in contatto i bimbi con i primi elementi di programmazione.

Siamo partiti dalla storia di Teseo e del Minotauro rinchiuso nel labirinto e abbiamo spiegato lo stratagemma utilizzato da Arianna per permettere a Teseo di fuggire. Questo è stato lo spunto per giocare con i labirinti. Abbiamo distribuito un piccolo labirinto

rappresentato su un foglio quadrettato e abbiamo chiesto di trovare l'uscita a partire da un punto abbastanza centrale. Abbiamo inoltre invitato i bimbi a fare attenzione alla sequenza degli spostamenti fatti: numero di passi in avanti, svolte a destra, svolte a sinistra. Abbiamo quindi riproposto lo stesso labirinto in scala maggiore su un foglio A0, dove i quadretti avevano lato 20 cm e abbiamo aperto una sfida a gruppi a chi riusciva a fare uscire una Beebot [14] dal labirinto, programmandone gli spostamenti. Come ultima attività, abbiamo fatto notare ai bimbi come uscire da un labirinto vedendolo dall'alto non è difficile, mentre Teseo non poteva avere la visione dall'alto. Abbiamo quindi invitato i bimbi a pensare cosa potrebbe fare Teseo nel labirinto. Non avendo a disposizione un labirinto vero in cui immergerci, sul tipo dei labirinti di siepi o di mais che si possono trovare in varie località, abbiamo dato loro un labirinto racchiuso in una scatola da scarpe e fatto con dei "muri" di cannuce per bibite incollate opportunamente. Sul pavimento della scatola abbiamo messo un foglio lucido e l'uscita del labirinto è stata aperta sul bordo della scatola. Abbiamo quindi coperto la scatola con un cartoncino in cui abbiamo praticato un foro dove abbiamo inserito un pennarello da lavagna bianca, in modo da poter ricostruire il percorso fatto una volta tolto il coperchio, e poter cancellare facilmente la traccia per fare un altro tentativo. I bimbi a turno hanno provato a uscire dal labirinto sperimentando varie strategie e verificando come quella di tenere sempre la destra, o sempre la sinistra, sebbene non dessero luogo al percorso più breve, permettessero sempre di uscire dal labirinto senza perdersi.

Incontro 4: L'invenzione degli scacchi e i numeri binari

Lo scopo di questo quarto incontro è stato duplice. Da una parte abbiamo voluto far riflettere i bambini sul concetto di crescita esponenziale e come questa vada al di là dell'intuizione. Dall'altra abbiamo voluto introdurre la numerazione binaria e come questa venga utilizzata all'interno dei computer.

Siamo partiti dalla storia di Lahur Sessa, l'inventore del gioco degli scacchi, che come ricompensa ha chiesto che gli venisse dato un

chicco di grano per la prima casella della scacchiera, 2 per la seconda, 4 per la terza, e così via, raddoppiando ogni volta la quantità fino alla sessantaquattresima casella. Il re che aveva accettato con leggerezza la richiesta, credendo addirittura che fosse modesta, al crescere delle caselle e dei chicchi di grano, si rese conto che la richiesta di ricompensa era esorbitante e impossibile da soddisfare. Abbiamo quindi provato a pensare allo spessore di un foglio di carta che viene piegato a metà ripetutamente.

Ci siamo quindi costruiti delle carte: su ciascuna abbiamo raffigurato tanti pallini quanti le prime potenze di 2: 1, 2, 4, 8 e 16. Abbiamo posizionato le carte su una lavagna magnetica in ordine decrescente di numero di pallini da sinistra a destra. Abbiamo quindi invitato i bimbi a utilizzare le carte per comporre dei numeri sommando i pallini tra loro, prendendole al massimo una volta, constatando che ogni numero da 0 a 31 poteva venire ottenuto in un modo unico. Abbiamo quindi provato a rappresentare le scelte delle carte mettendo un 1 sotto la carta scelta e 0 viceversa. Questo codice segreto, a questo punto senza bisogno delle carte, ci basta per decifrare i numeri. Al posto delle carte abbiamo messo delle torce elettriche, appese a dei ganci, dove la torcia accesa è da interpretare come un 1 e la torcia spenta come uno 0. È stato un gioco abbastanza semplice e coinvolgente quello di ottenere i numeri dalla configurazione delle lampadine e viceversa. Abbiamo concluso dicendo come la memoria all'interno dei computer o dei telefoni cellulari, funzioni sul principio delle lampadine che abbiamo usato nel nostro gioco, anche se ovviamente sono molte di più.

Incontro 5: Indoviniamo, pesiamo e mettiamo in ordine

Lo scopo di questo incontro è stato quello di introdurre l'idea di efficienza di calcolo, cioè far riflettere su quante operazioni servano per raggiungere un obiettivo e come sfruttare le informazioni per minimizzarne il numero.

Abbiamo iniziato l'incontro giocando a indovinare dove si trovava una particolare carta in un mazzo non ordinato di 8 carte, dietro

ognuna delle quali avevamo scritto un numero diverso compreso tra 1 e 100. A dei volontari abbiamo dato l'incarico di trovare un particolare numero e 8 caramelle da usare come denaro, per ogni tentativo bisognava "pagare" una caramella. Abbiamo subito notato che, se si era fortunati, se ne spendeva solo 1 mentre nel caso più sfortunato ne servivano 8. Siamo quindi passati al caso in cui le carte erano ordinate e i bimbi hanno messo a punto abbastanza rapidamente una strategia che faceva tesoro dell'informazione ricorrendo a una ricerca binaria con la quale sono riusciti a scovare la carta con al massimo 4 tentativi, nel caso peggiore.

Partendo dall'importanza di avere gli oggetti in ordine, abbiamo svolto l'attività successiva. Abbiamo presentato alla classe 8 oggetti (un sacchetto di riso, uno di pasta, uno di farina, uno con delle carote, uno con delle arance, uno con delle mele e uno con del pane) dal peso ignoto e ci siamo posti il problema di metterli in ordine di peso. Prima di procedere all'ordinamento abbiamo però dovuto pensare a come fare a confrontarli. Dopo aver sentito le varie proposte e valutando il materiale a disposizione, abbiamo costruito una bilancia a 2 bracci utilizzando una grucciona per gonfie appesa a un bastoncino abbastanza robusto e sottile messo a cavallo tra due sedie. Abbiamo quindi proceduto a confrontare gli oggetti, facendo in pratica i confronti tra tutte le coppie di oggetti.

In seguito abbiamo pensato se alcuni confronti potevano essere evitati, sfruttando la proprietà transitiva dell'ordinamento.

Abbiamo quindi proposto di utilizzare una "sorting network" [6] disegnata su un foglio A0 steso a terra, dove il numero di confronti è minimo. La sorting network è stata utilizzata per ordinare in altezza un gruppo di 6 bimbi.

Incontro 6: I problemi di un sindaco: giochi con i grafi

Lo scopo dell'ultimo incontro è stato quello di affrontare dei problemi decisionali, come la determinazione dell'albero di copertura di costo minimo e la colorazione di un grafo.

Lo scopo secondario dell'incontro è stato anche quello di tentare di educare i bimbi a prendere delle decisioni condivise.

Prima di iniziare abbiamo disegnato nel cortile della scuola dei grafi non orientati, in modo da non avere tempi morti durante l'attività. Nel caso del primo problema sugli archi abbiamo messo dei numeri.

Il contesto comune ai due giochi è stato quello cittadino. Nel primo gioco una città ha subito un'inondazione ed è necessario collegare tra loro le isole che si sono formate (i nodi del grafo) costruendo dei ponti (gli archi) in modo da far sì che da qualsiasi isola sia possibile raggiungere qualsiasi altra isola utilizzando percorsi che comportino l'attraversamento di anche più di un ponte. Il costo di ricostruzione di ciascun ponte è dato dal numero che abbiamo messo sugli archi. L'obiettivo è minimizzare la spesa complessiva. Nel secondo gioco invece abbiamo fatto finta di essere in una città dove gli abitanti sono molto litigiosi e si vogliono colorare le case (i nodi del grafo) in modo che ciascun abitante dalla propria finestra non possa vedere altre case con lo stesso colore della sua. Gli archi del grafo rappresentano proprio la possibilità di vedere una casa dalle finestre di un'altra. Per limitare le spese si vogliono utilizzare meno colori possibile.

I bimbi sono stati organizzati in gruppi, uno per grafo, e in ciascun gruppo sono stati individuati: un sindaco (colui che prende le decisioni dopo aver consultato i cittadini), un ingegnere (colui che con un gesso colorato costruisce i ponti tra isole) un capo contabile e un aiutante (che tengono conto delle spese facendo la somma) e i cittadini, uno per isola, che richiedono la costruzione dei ponti e che provano a muoversi nella città una volta che i ponti sono presenti.

Nel secondo problema, essendo richiesta una contabilità più semplice, abbiamo solo il sindaco e i cittadini, i quali provvedono personalmente a colorare le case con dei gessi colorati, dopo che il sindaco ha assegnato loro un colore.

In entrambi i casi, dopo qualche animata discussione, si è arrivati a fornire la soluzione.

4. Note conclusive

L'obiettivo di questi incontri è stato quello di fornire un approccio creativo e originale nei confronti della disciplina della matematica. Gli alunni sono stati chiamati ad agire in prima persona, ad utilizzare le conoscenze (assimilazione di informazioni), le abilità (applicare le conoscenze e usare il know how per risolvere problemi) e le competenze (capacità di usare conoscenze, abilità e capacità personali, sociali, metodologiche) in loro possesso [15]. Il discente non recepisce più le informazioni in modo passivo, ma diventa egli stesso il protagonista del processo di apprendimento. Oltre a stimolare il processo cognitivo dei singoli alunni, si sono attuate strategie di "Learning Together" e "Learning by doing" [1] grazie alle quali si è cercato di sviluppare uno spirito di iniziativa, di partecipazione condivisa, che favorisse l'acquisizione delle competenze chiave di cittadinanza. In particolare si è cercato di coinvolgere attivamente gli alunni nei confronti delle attività proposte portando il proprio contributo personale. La collaborazione e la partecipazione sono diventati strumenti indispensabili per organizzare il proprio apprendimento ed acquisire nuove abilità di studio, ma anche per comprendere e discutere i diversi punti di vista dei compagni.

Un secondo obiettivo del progetto è stato provare far entrare in contatto dei bimbi della primaria con concetti evoluti di matematica e informatica, quali l'algoritmica, la complessità computazionale, la topologia e l'ottimizzazione, che generalmente vengono affrontati a livello universitario, sebbene in modo più approfondito. Contando sul fatto che abbiamo utilizzato un approccio ludico e sul fatto che i bimbi, al contrario degli adulti, non manifestano alcun timore reverenziale, l'esperienza è stata molto positiva ed è stato entusiasmante vedere come dei bimbi di 7-8 anni siano arrivati a fare le proprie scoperte con grande naturalezza.

Questa serie di incontri ha avuto un riscontro positivo sul gruppo classe. Gli alunni hanno accolto in maniera gioiosa la presenza di un insegnante esterno dimostrando da subito un approccio interessato nei confronti delle nuove attività presentate. Bisogna ricordare che l'attenzione dei bambini durante questa fascia d'età è relativamente bassa (all'incirca un'ora), ed è quindi fondamentale strutturare le attività proposte in maniera tale da favorire la concentrazione e non appesantire troppo la lezione. L'aspetto ludico dell'apprendimento, l'originalità e la novità nelle metodologie di insegnamento sono componenti fondamentali che attirano lo studente e condizionano il suo interesse e la sua partecipazione.

È inoltre da tener conto il fatto che ogni bambino reagisce in maniera soggettiva verso nuove attività in cui si trova coinvolto: può dimostrare entusiasmo, voglia di fare e partecipare, esuberanza oppure, al contrario, può risultare disinteressato o restìo, questo a seconda del carattere di ciascuno. È qui compito degli insegnanti favorire la partecipazione e il coinvolgimento di tutti gli alunni della classe, da un lato contenendo coloro che risultano essere un po' troppo "eccitati", e dall'altro stimolando quelli che sono più timidi e riservati.

Durante le nostre attività non sono di certo mancati momenti caotici. Ricordiamo che la classe è molto numerosa (26 alunni), gli alunni sono quasi sempre euforici nei confronti di nuove attività che esulano dalla didattica tradizionale e lo dimostrano con un comportamento più attivo. Ciò è però dovuto anche in parte al fatto che ogni alunno è indirizzato a sfruttare le proprie conoscenze e le proprie esperienze pregresse e, di conseguenza, a volerle condividere con gli insegnanti e i suoi compagni.

Bisognerebbe forse concentrarsi su questo aspetto, in modo tale da organizzare e strutturare le diverse attività cercando di ridurre il più possibile i momenti di disturbo e sfruttare al massimo le potenzialità di queste esperienze.

In conclusione questo laboratorio “esperimento” è stato un’ottima opportunità per fornire agli studenti un approccio diverso e originale nei confronti della matematica e per fare capire loro che la matematica la troviamo in molte attività che svolgiamo ogni giorno anche se noi non ce ne accorgiamo.

Questo progetto vanta numerosi punti di forza che meritano di essere perfezionati e potenziati. Questo tipo di progetto che può essere integrato con altre discipline e risultare ancora più efficace costituendo un format che può essere proposto ad altre classi della scuola primaria.

Bibliografia

[1] J. Bessen, *Learning by Doing: The Real Connection between Innovation, Wages, and Wealth*, 2017.

[2] E. Castelnuovo, "Pentole, ombre, formiche", La Nuova Italia, Firenze (1993).

[3] E. Castelnuovo, "L'officina matematica, ragionare con i materiali", Ed. La Meridiana (2008).

[4] E.P. Chronicle, J.N. MacGregor, T.C. Ormerod, "What makes an insight problem? The roles of heuristics, goal conception and solution recoding in knowledge-lean problems". *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory & Cognition*, 30, 14-27 (2004).

[5] B. D'Amore, M. I. Fandiño Pinilla, "Matematica, come farla amare. Miti, illusioni, sogni e realtà", Giunti Universale Scuola (2016).

[6] M. R. Fellows "Computer SCIENCE and mathematics in the elementary schools" (1991).
citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.473.4791&rep=rep1&type=pdf

[7] M. Fornasiero, F. Malucelli, I. Sateriale, "Intuizione e creatività: il potere del gioco", inviato per pubblicazione a "L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate", [Centro Ricerche Didattiche "Ugo Morin"](#), Paderno del Grappa (TV) (2017).

[8] F. Frabboni, *Manuale di Didattica generale*, Laterza, 2000.

[9] W. Köhler, “*Intelligenzprüfungen an Anthropoiden*” (1917), tr. it. “*L'intelligenza delle Scimmie Antropoidi*”, Giunti, Firenze, (2009).

[10] E. F. Meyer III, N. Falkner, R. Sooriamurthi, Z. Michalewicz, “*Guide to teaching puzzle-based learning*”, Springer (2014).

[11] L. Mortari, *Apprendere dall'esperienza*, Carrocci, 2004

[12] A. Schettino: "[La Ricerca Operativa: una strategia multifunzione per la scuola superiore](#)" in "L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate", Vol. 35 anno 2012, Sez. B, pag 171-191, [Centro Ricerche Didattiche "Ugo Morin"](#), Paderno del Grappa (TV).

[13] M. Wertheimer, “*Productive thinking*”, New York, NY: Harper (1945).

[14] www.bee-bot.us

[15] www.indicazioninazionali.it