Gestione e progetto di una rete di teleriscaldamento: applicazione di modelli di "flusso con temperatura"

Federico Malucelli
http://www.elet.polimi.it/people/malucell
con la collaborazione di R. Aringhieri, G. Gallo, S. Nicoloso

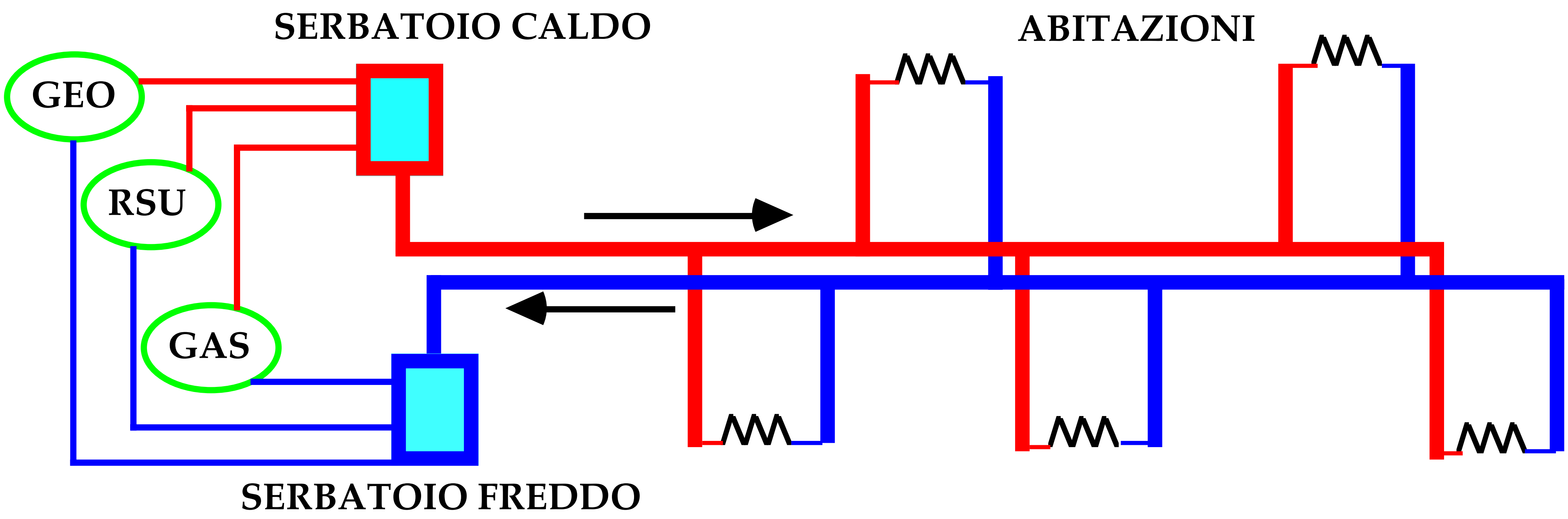
Fornitura alle abitazioni di acqua calda (90°) per uso sanitario e riscaldamento

Riduzione delle emissioni inquinanti

Sfruttamento di fonti alternative

Risparmio energetico: 8.000 TEP annui nella città di Ferrara

La centrale di teleriscaldamento di Ferrara



Rete: 26 Km (doppio tubo), 8300 alloggi
(2.5 Milioni di mc)

Serbatoi: capacità 1600+1600 mc

Temperatura di ritorno variabile (dipende dalla temperatura esterna)

Geotermia: riscaldati 400 mc/h di acqua (12 Gcal/h circa)

GAS: 4 caldaie utilizzate nei momenti di picco (36 Gcal/h)

R.S.U.: 600 tonnellate di rifiuti l'ora (8.5 Gcal/h)

Con il calore prodotto è possibile generare energia elettrica con una potenza massima di 3.3 MW

Attuale politica di gestione

- geotermia
- inceneritore R.S.U.
- caldaie a GAS (solo per le emergenze)

Con l'introduzione del cogeneratore la gestione è più complessa e deve tenere conto anche del prezzo di vendita dell'energia elettrica

⇒ Modelli di Programmazione Matematica

Tempo discretizzato: $t \in \{1,\ldots,24\}$

D_t: domanda di calore nell'intervallo t

τ_t: temperatura di ritorno "

g_t: prezzo di vendita energia elettrica

c_t^{geo}: costo geotermia (per Mcal)

c_t^{gas}: costo gas (per Mcal)

q_t^{geo}, q_t^{gas}, q_t^{RSU} : quantità calore prodotto (in Mcal)

x_t: quantità di acqua calda prodotta nell'intervallo t (in mc)

z_t: quantità di acqua nel serbatoio caldo alla fine dell'intervallo t (in mc)

y_t: quantità di energia elettrica prodotta nell'intervallo t (in kWh)

$$\max \quad \sum_t \left(g_t y_t - c_t^{geo} q_t^{geo} - c_t^{gas} q_t^{gas}\right)$$

$$x_t + z_{t-1} - z_t = D_t \qquad t=1,\dots,24$$

$$(90 - \tau_t)\, x_t = q_t^{geo} + q_t^{gas} + q_t^{RSU} \qquad t=1,\dots,24$$

$$0 \le q_t^{geo} \le 400\,(90 - \tau_t) \qquad t=1,\dots,24$$

$$0 \le q_t^{gas} \le 36.000 \qquad t=1,\dots,24$$

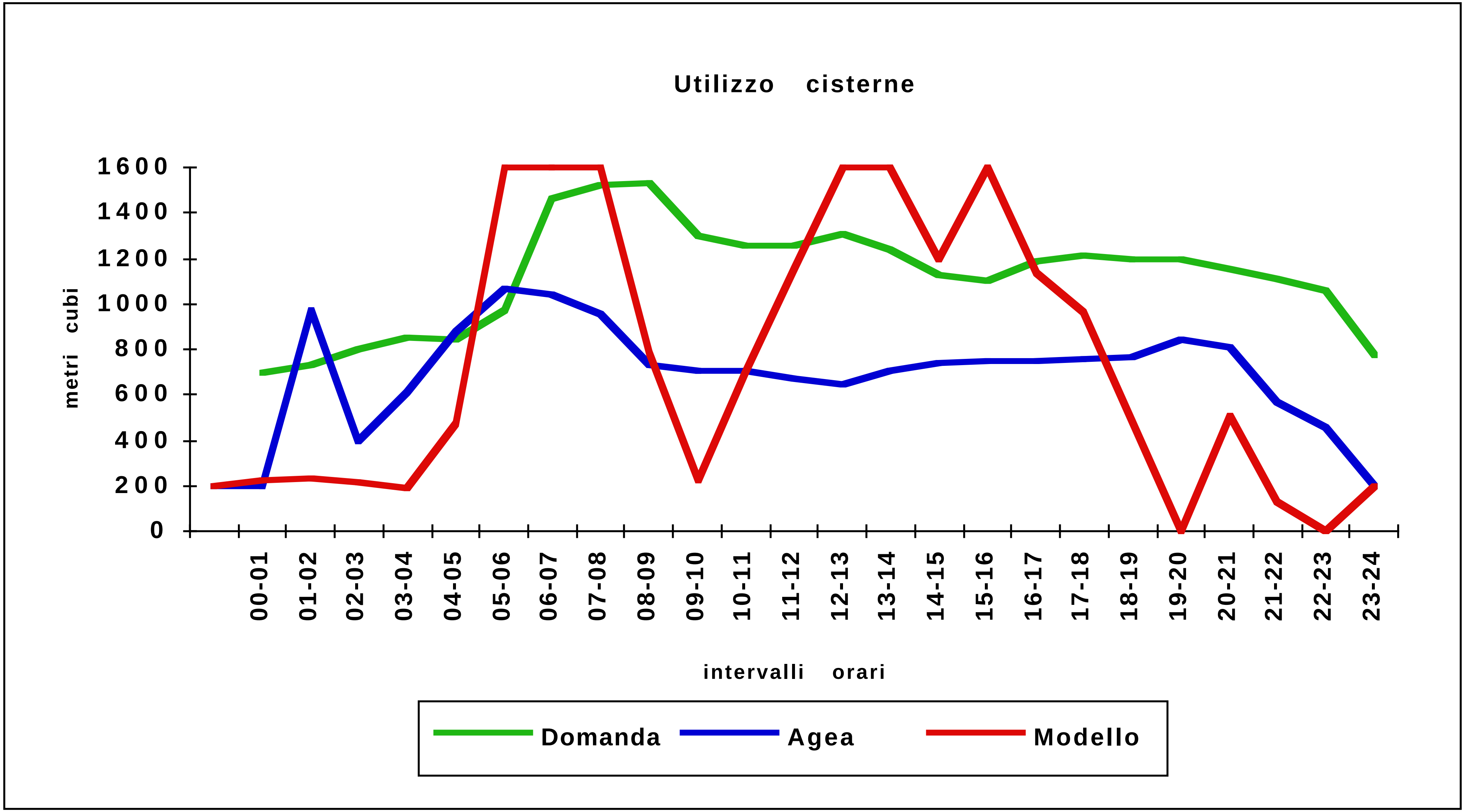
$$0 \leq q_t^{RSU} + f(y_t) \leq 8.500 \qquad t=1,\dots,24$$

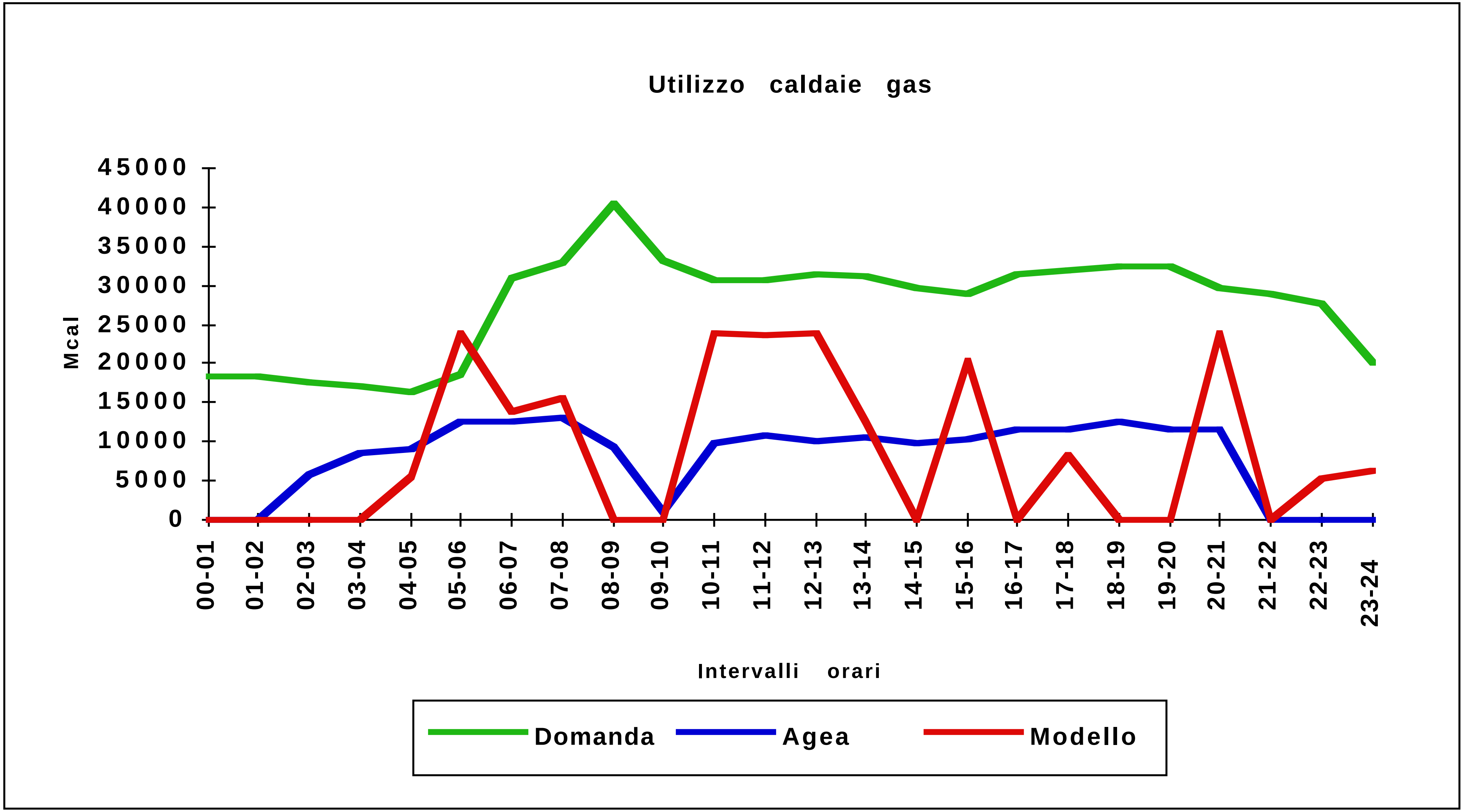
$$1.300 \leq y_t \leq 3.300 \qquad t=1,\dots,24$$

$$0 \leq z_t \leq 1600 \qquad t=1,\dots,24$$

$$x_t,\ y_t,\ z_t \geq 0 \qquad t=1,\dots,24$$

$f(y_t)$: funzione di conversione del calore in energia elettrica


Utilizzo cisterne
1600
1400
1200
1000
800
600
400
200
0
metri cubi
00-01
01-02
02-03
03-04
04-05
05-06
06-07
07-08
08-09
09-10
10-11
11-12
12-13
13-14
14-15
15-16
16-17
17-18
18-19
19-20
20-21
21-22
22-23
23-24
intervalli orari
Domanda
Agea
Modello



Utilizzo caldaie gas
Mcal
45000
40000
35000
30000
25000
20000
15000
10000
5000
0
00-01
01-02
02-03
03-04
04-05
05-06
06-07
07-08
08-09
09-10
10-11
11-12
12-13
13-14
14-15
15-16
16-17
17-18
18-19
19-20
20-21
21-22
22-23
23-24
Intervalli orari
Domanda
Agea
Modello

Risparmi da 0.5 a 1 MLire al giorno rispetto alla gestione della azienda (senza l'utilizzo della cogenerazione)

Modello utilizzabile per:

- determinare la capacità dei serbatoi
- quantificare il vantaggio economico derivante dall'abbassamento della temperatura di ritorno
- pianificare l'estensione della rete

Tempi di set-up per l'accensione caldaie

Per motivi di sicurezza la camera di combustione va svuotata a ogni accensione: perdita di calore per la messa a regime dell'impianto.

Accensione e spegnimenti successivi sono dispendiosi.

La messa a regime di una caldaia richiede circa 40 minuti e un costo che dipende da quanto tempo è stata spenta.

M = capacità produttiva massima di una caldaia

m = capacità produttiva minima di una caldaia

c^v = costo di ventilazione

c_h^r = costo di rigenerazione della caldaia dopo h intervalli di spegnimento

$$p_t = \begin{cases} 1 & \text{se la caldaia è in produzione nell'intervallo } t \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$s_t = \min\{p_t,\ 1-p_{t-1}\} \qquad s_t \in \{0,1\}$

è uguale a 1 solo se la caldaia viene accesa nell'intervallo t

resa vera dai vincoli:

$s_t \geq p_t - p_{t-1}$

r_t = spesa per ripristinare la temperatura all'istante t

$$r_t \geq c_h^r \left(p_t - \sum_{j=t-h}^{t-1} p_j\right) \qquad h=1,\dots,t-1$$

Nuova funzione obiettivo

$$\max \sum_t \left(g_t y_t - c_t^{geo} q_t^{geo} - c_t^{gas} q_t^{gas} - r_t - c_v s_t\right)$$

Vincoli aggiuntivi

$$m p_t \leq q_t^{gas} \leq M p_{t-1}$$

Pianificazione della rete: tubi

Dato il grafo che rappresenta la possibile rete di distribuzione:

- **Nodi:** centrale termica (1 o più) o utenti
  ogni utente i genera una richiesta di portata b_i
- **Archi:** (i,j) possibile posa in opera di un tubo tra i e j

Portate dei tubi da scegliere in un insieme di possibili portate
$\{u^h,\ h=1,\dots,H\}$

Costo del tubo (i,j) (includendo la messa in opera):
c_{ij}^h, $h=1,\dots,H$ ($c_{ij}^h = 0$, se già esiste)

Minimizzare il costo complessivo

Problema di albero di copertura di costo minimo con capacità e scelta delle capacità degli archi.

Variabili

y_{ij} = flusso su arco (i,j)

$$x_{ij}^{h} = \begin{cases} 1 & \text{se tubo di capacità } u^h \text{ è posato da } i \text{ a } j \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

$$\text{Min} \sum_{ij} \sum_{h} c_{ij}^{h} x_{ij}^{h}$$

$$\sum_{ki} y_{ki} - \sum_{il} y_{il} = b_i \qquad i \in N$$

$$0 \leq y_{ij} \leq \sum_{h} u_{ij}^{h} x_{ij}^{h} \qquad (i,j) \in A,\ h=1,\dots,H$$

$$\sum_{h} x_{ij}^{h} \leq 1 \qquad (i,j) \in A$$

$$x_{ij}^{h} \in \{0,1\} \qquad (i,j) \in A,\ h=1,\dots,H$$

Pianificazione della rete: scambiatori

Scambiatori più efficienti presso gli utenti

- abbassata la temperatura di ritorno
- minor flusso nella rete (abbassati i costi di circolazione)
- maggiore sfruttamento della fonte geotermica

- maggiori costi di installazione

Dati del problema

- insieme di utenti I

  per ogni $i \in I$ è nota la domanda di calore D_t^i nell'intervallo t

- insieme di tipi di scambiatori K

  per ogni $i \in I$ e $k \in K$ è dato un costo di installazione f_i^k

  e una temperatura di ritorno τ_t^k per ogni intervallo t

Variabili di selezione

- $\gamma_i^k = \begin{cases} 1 & \text{se scambiatore di tipo } k \text{ è posato presso l'utente } i \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$

Variabili di flusso

- x_t^i = flusso di acqua calda inviato all'utente i al tempo t

Determinazione della temperatura di ritorno

Media delle temperature in uscita da ciascun utente:

$$\tau_t = \frac{\sum_i x_t^i (\sum_k \tau_t^k \gamma_i^k)}{\sum_i x_t^i} \qquad t = 1, \ldots, T$$

Vincoli sulla domanda

$$x_t^i (90 - \sum_k \tau_t^k \gamma_i^k) = D_t^i \qquad \forall i \in I,\ t = 1, \ldots, T$$

Costi di pompaggio (dovuti al flusso non più costante)

$$c_t^p \sum_i x_t^i$$

Modello a temperatura variabile

$$\min \quad \sum_t \left(c_t^{geo} q_t^{geo} + c_t^{gas} q_t^{gas} + c_t^{p} \sum_i x_t^{i} \right) + \sum_i \sum_k f_i^{k} \gamma_i^{k}$$

$$x_t + z_{t-1} - z_t = \sum_i x_t^{i} \qquad t=1,\dots,24$$

$$(90 - \tau_t)\, x_t = q_t^{geo} + q_t^{gas} + q_t^{RSU} \qquad t=1,\dots,24$$

$$\tau_t \left(\sum_i x_t^{i} \right) = \sum_i x_t^{i} \sum_k \tau_t^{k} \gamma_i^{k} \qquad t=1,\dots,24$$

$$x_t^{i} \left(90 - \sum_k \tau_t^{k} \gamma_i^{k} \right) = D_t^{i} \qquad \forall i \in I,\ t = 1,\dots, 24$$

$$0 \leq q_t^{geo} \leq 400\,(90 - \tau_t) \qquad t=1,\dots,24$$

$$0 \leq q_t^{gas} \leq 36.000 \qquad t=1,\dots,24$$

$$0 \leq q_t^{RSU} \leq 8.500 \qquad t=1,\dots,24$$

$$0 \leq z_t \leq 1600 \qquad t=1,\dots,24$$

$\sum_k \gamma_i^k = 1$ $\qquad t=1,\dots,24$

$\gamma_i^k \in \{0,1\}$ $\qquad \forall i \in I, \forall k \in K,$

$x_t \geq 0,\ T_F \leq \tau_t \leq T_C$ $\qquad t=1,\dots,24$

$x_t^i \geq 0$ $\qquad \forall i \in I,\ t = 1,\dots, 24$

Problema non lineare e intero

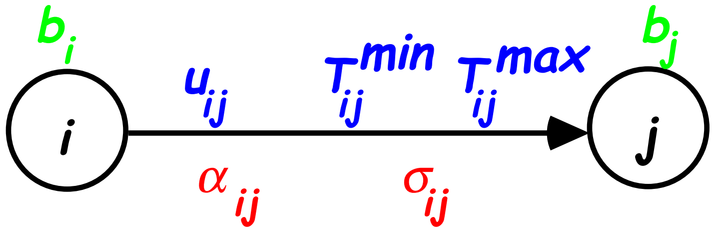
$$\tau_t x_t^i$$

$$x_t^i \gamma_i^k$$

formulazione di scarsa utilità

Problemi di "flusso con temperatura"

Dato un grafo $G=(N,A)$



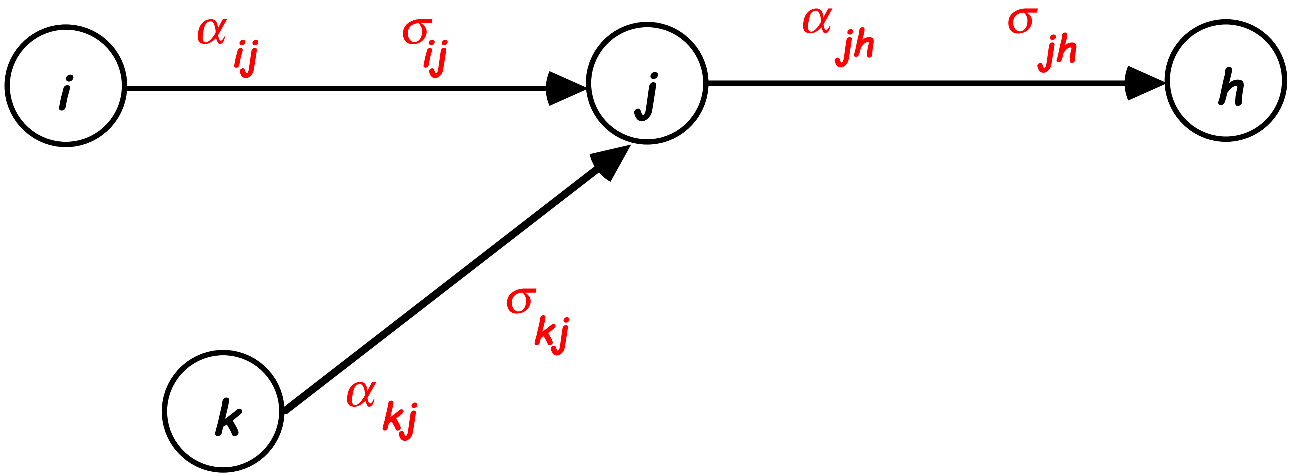
per ogni arco (i,j):

- capacità di flusso u_{ij}
- temperatura minima e massima T_{ij}^{min}, T_{ij}^{max}
- costi relativi al flusso e alla temperatura c'_{ij}, c''_{ij}
- variabile di flusso α_{ij} $(0 \leq \alpha_{ij} \leq u_{ij})$
- variabile di temperatura σ_{ij} $(T_{ij}^{min} \leq \sigma_{ij} \leq T_{ij}^{max})$

per ogni nodo i:

- richiesta/offerta di "energia" b_i
- richiesta/offerta di flusso (che per semplicità assumiamo 0 in ogni nodo)

Vincoli di conservazione dell'energia



temperatura di uscita dal nodo *j* data dalla media di quelle in ingresso

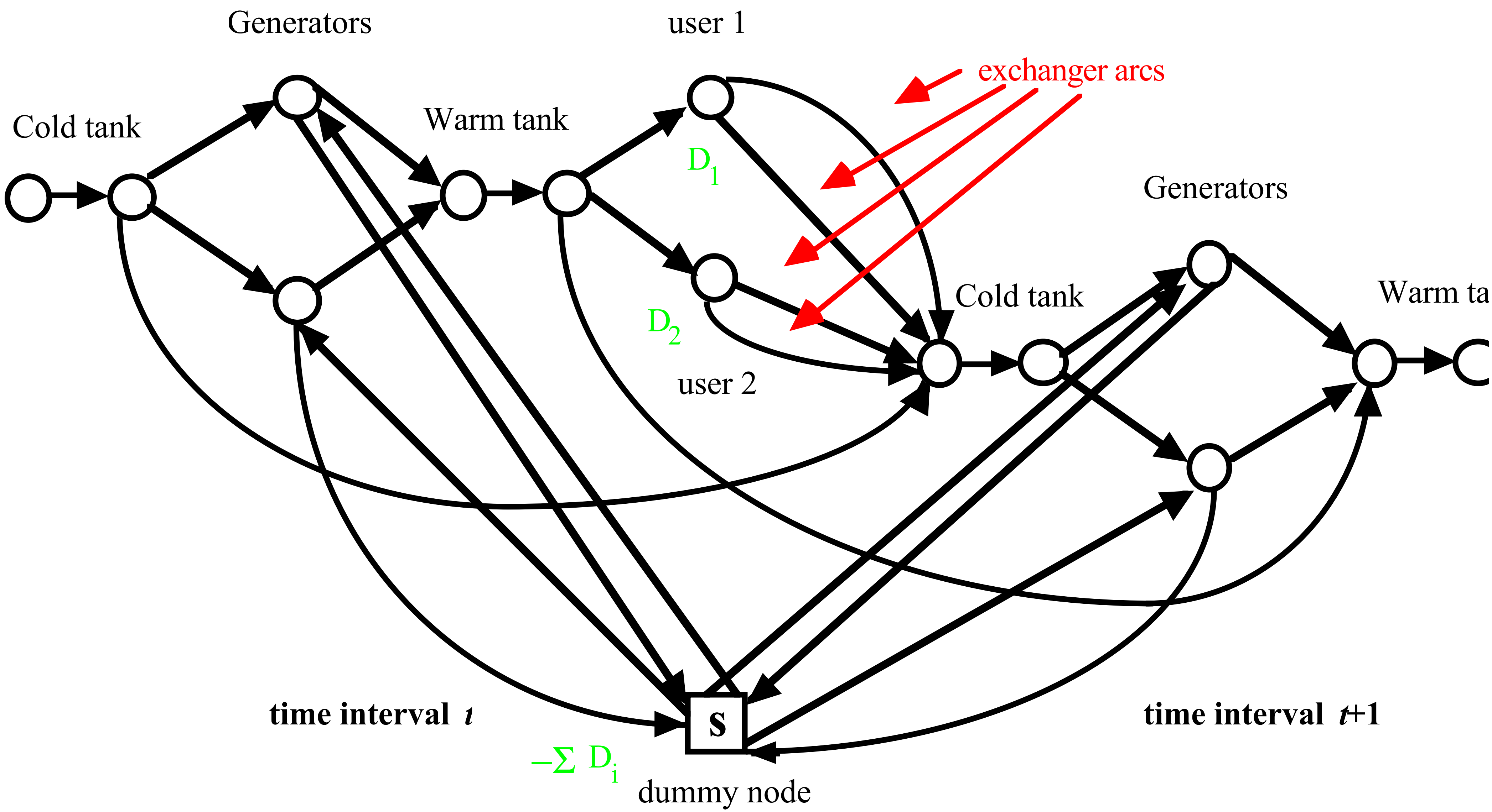
$$\sigma_{jh} = (\sigma_{ij}\,\alpha_{ij} + \sigma_{kj}\,\alpha_{kj})/\alpha_{jh}$$

In generale se il nodo *j* ha "bilancio" di energia D_j i vincoli sono:

$$\sigma_{ij}\,\alpha_{ij} + \sigma_{kj}\,\alpha_{kj} - \sigma_{jh}\alpha_{jh} = D_j$$

energia entrante - energia uscente = domanda/offerta

Rete di flusso con temperature



Formulazione del flusso con temperatura

(Multi)grafo: $G = (N,A)$

nodi "utenti": U

nodi "generatori": P

archi "scambiatori": A'

c^{p}_{ij} = costo di pompaggio per ogni $(i,j) \in A'$

c^{g}_{sj} = costo di generazione per ogni (s,j) arco uscente da s

D_i = domanda di energia per ogni $i \in U$

$D_s = -\sum_{i \in U} D_i$ = offerta di energia della "super sorgente"

Q_j = massima produzione del generatore per ogni $j \in P$

f_{ij} = costo di installazione dello scambiatore per ogni $(i,j) \in A'$

γ_{ij} = variabile di "design" per ogni $(i,j) \in A'$

$$\min \sum_{(i,j)\in A'} c^p_{ij}\alpha_{ij} + \sum_{(i,j)\in A} c^g_{sj}(\alpha_{sj}(\sigma_{sj}-\sigma_{js})) + \sum_{(i,j)\in A'} f_{ij}\gamma_{ij}$$

$$\sum_{(j,i)\in A} \alpha_{ji} - \sum_{(i,j)\in A} \alpha_{ij} = 0 \qquad \forall i\in N \qquad \text{\{cons. flusso\}}$$

$$\sum_{(j,i)\in A} \sigma_{ji}\,\alpha_{ji} - \sum_{(i,j)\in A} \sigma_{ij}\alpha_{ij} = D_i \qquad \forall i\in N \qquad \text{\{cons. energia\}}$$

$$\sigma_{ij} = \tau^k \qquad \forall (i,j) \in A',\ k \text{ tipo di scambiatore dell'arco } (i,j)$$

$$\alpha_{sj}(\sigma_{sj}-\sigma_{js}) \leq Q_j \qquad \forall i\in P \qquad \text{\{max produzione\}}$$

$$\alpha_{ij} \leq M\gamma_{ij} \qquad \forall (i,j) \in A' \text{\{design\}}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} \gamma_{ij} = 1 \qquad \forall i\in U \qquad \text{\{selezione\}}$$

$$\alpha_{ij} \geq 0,\ \tau^{min} \leq \sigma_{ij} \leq \tau^{max} \qquad \forall (i,j) \in A$$

$$\gamma_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in A'$$

Problema di flusso con temperature:

bilineare

(energia data dalla moltiplicazione di flusso per temperatura)

difficile da risolvere con metodologie standard

si possono dare algoritmi ad hoc di tipo flusso?

Linearizzazione

flusso x_{ij} a temperatura τ_{ij} è ottenibile miscelando

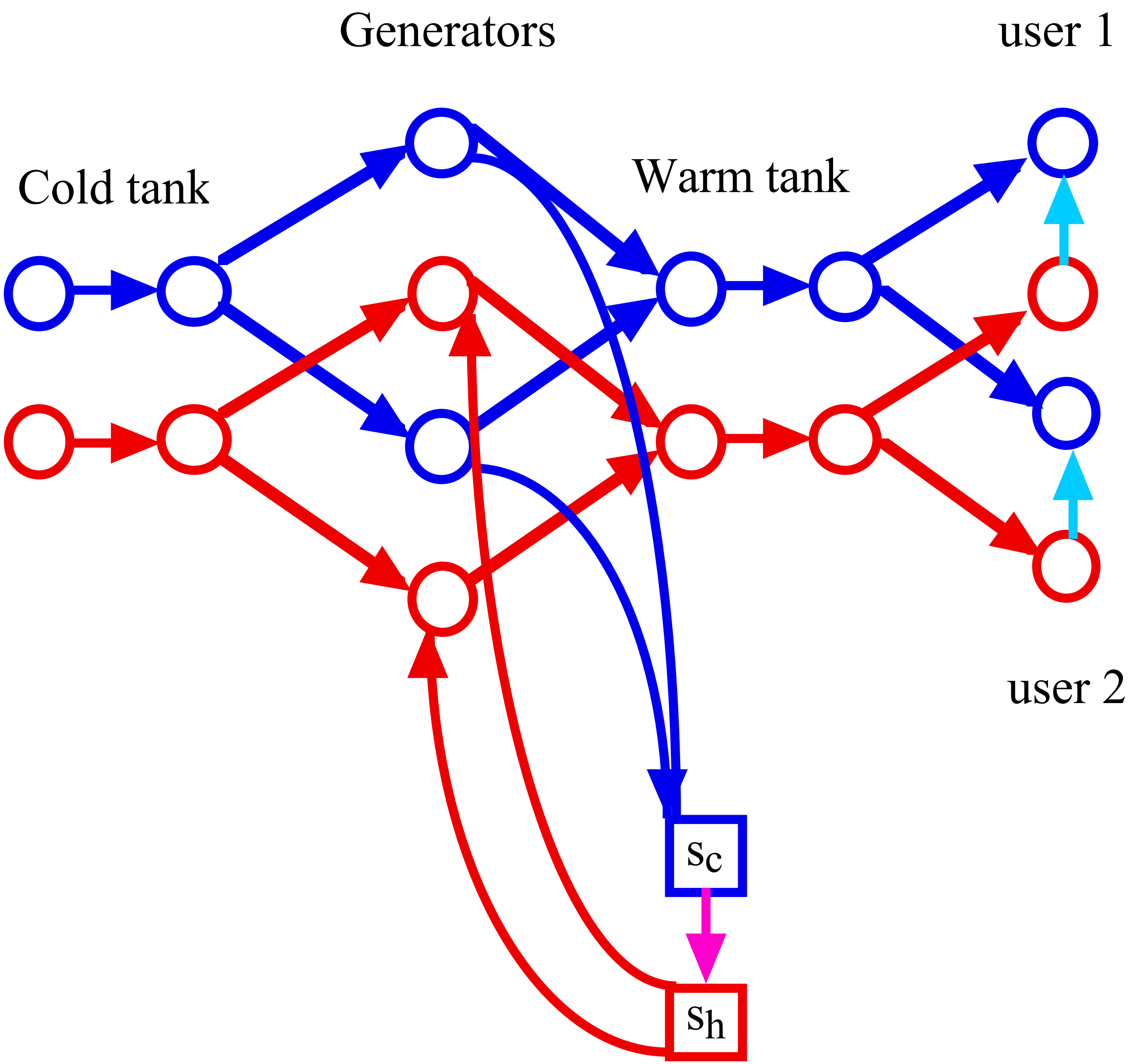
- un flusso x_{ij}^h a temperatura τ^{max} e
- un flusso x_{ij}^c a temperatura τ^{min}

con $x_{ij} = x_{ij}^h + x_{ij}^c$ e $\tau_{ij} = \dfrac{\tau^{max} x_{ij}^h + \tau^{min} x_{ij}^c}{x_{ij}}$

duplichiamo la rete in un circuito caldo e uno freddo

- transizione da circuito caldo a freddo $\Rightarrow$ consumo energia
- transizione da circuito freddo a caldo $\Rightarrow$ generazione energia

Porzione della rete sdoppiata



Formulazione come flusso a due temperature

(Multi)grafo: $\bar{G} = (\bar{N}, \bar{A})$

$$\bar{A} = \bar{A}_c \cup \bar{A}_h \cup \bar{A}_+ \cup \bar{A}_-$$

$\bar{A}_c$ = archi circuito freddo (i_c, j_c)

$\bar{A}_h$ = archi circuito caldo (i_h, j_h)

$\bar{A}_+$ = archi di riscaldamento (i_c, i_h)

$\bar{A}_-$ = archi di raffreddamento (i_h, i_c)

$$\min \sum_{(i,j)\in A'} c^{p}_{ij}(\alpha_{i_c j_c}+\alpha_{i_h j_h}) + \sum_{(i,j)\in A} c^{g}_{s_h j_h}(\alpha_{s_h j_h}(\tau^{max}-\tau^{min})) + \sum_{(i,j)\in A'} f_{ij}\gamma_{ij}$$

$$\sum_{(j,i)\in \bar{A}} \alpha_{ji} - \sum_{(i,j)\in \bar{A}} \alpha_{ij} = 0 \qquad \forall i\in \bar{N} \qquad \text{\{cons. flusso\}}$$

$$\tau^{min}\Big(\sum_{(j_c,i_c)\in \bar{A}_c} \alpha_{j_c i_c} - \sum_{(i_c,j_c)\in \bar{A}_c} \alpha_{i_c j_c}\Big) + \tau^{max}\Big(\sum_{(j_h,i_h)\in \bar{A}_h} \alpha_{j_h i_h} - \sum_{(i_h,j_h)\in \bar{A}_h} \alpha_{i_h j_h}\Big) = D_i$$

$$\forall i\in N \qquad \text{\{cons. energia\}}$$

$$(\tau^{min} - \tau^{k})\alpha_{i_c j_c} + (\tau^{max} - \tau^{k})\,\alpha_{i_h j_h} = 0$$

$\forall (i,j) \in A$ k tipo di scambiatore dell'arco (i,j)

$$\alpha_{s_h j_h} \leq Q_j /(\tau^{max} - \tau^{min}) \qquad \forall i\in P \qquad \text{\{max produzione\}}$$

$$\alpha_{icjc} \leq M\gamma_{ij} \qquad \forall (i,j) \in A' \text{ \{design\}}$$

$$\alpha_{ihjh} \leq M\gamma_{ij} \qquad \forall (i,j) \in A' \text{ \{design\}}$$

$$\sum_{j:\ (i,j) \in A'} \gamma_{ij} = 1 \qquad \forall i \in U \qquad \text{\{selezione\}}$$

$$\alpha_{ij} \geq 0, \qquad \forall (i,j) \in \bar{A}$$

$$\gamma_{ij} \in \{0,1\} \qquad \forall (i,j) \in A'$$

Problema di Programmazione Lineare

Dato che τ^{max} e τ^{min} sono due valori convenzionali, possiamo scegliere $\tau^{min} = 0$

ulteriore semplificazione
problema con quasi tutti i vincoli di tipo flusso

Conclusioni

- **Sistema di teleriscaldamento**
- **Formulazioni del problema di gestione**

  Modello lineare (con temp. fissa)

- **Formulazioni del problema di pianificazione**

  Modello bilineare (con temp. variabile)

  Modello di "flusso con temperatura"

  Modello di flusso "bicolore"

- **Flusso "con temperatura"**

  schema utilizzabile in tutti i contesti in cui abbiamo una rete per la distribuzione di "energia" (moltiplicazione di un flusso per una variabile)